Malthus: La maldición de los factores fijos

Felix Wellschmied

Universidad Carlos III de Madrid

Crecimiento Económico

Introducción

- Uno de los primeros economistas que pensaron en el crecimiento económico fue el economista inglés Thomas Malthus.

- La teoría aborda la cuestión de por qué no observamos un crecimiento en la producción por persona durante la Edad Media.

- Malthus (1798) observó en el Reino Unido que cada vez que la tierra se volviera más productiva, la población aumentaría y la producción de alimentos por persona se mantendría constante a largo plazo.

- Un ejemplo particular es la introducción de la patata en Irlanda después de 1750. Un campo de papas produce de dos a tres veces más nutrición que un campo de malezas (Irlanda se vuelve más productiva). Después de algún tiempo, la población de Irlanda se triplicó y los niveles de vida permanecieron inalterados.

Producción

La principal producción en la Edad Media fuen los alimentos. Asumiremos que podemos agregar todos los tipos de alimentos en un solo bien Y.

Los principales factores de producción fueron la mano de obra, la tierra y la tecnología utilizada en la tierra.

- La mano de obra era relativamente homogénea, y suponemos que podemos agregarla en una sola medida L que puede cambiar con el tiempo.
- La cantidad de tierra, X, es fija.
- Consideraremos los casos en los que la tecnología, $B(t)$, es una constante y cuando cambia con el tiempo.

Producción II

Considere la siguiente función de producción de Cobb Douglas:

$$Y(t) = B(t)X^{\alpha}L(t)^{1-\alpha}, \tag{1}$$

donde $\alpha < 1$ es la importancia relativa de la tierra en el proceso de producción. Para hacer la notación más compacta, podemos escribir esto como

$$Y(t) = A(t)L(t)^{1-\alpha}, \tag{2}$$

siendo $A(t) = B(t)X^{\alpha}$ siendo la tierra eficiente. Por lo tanto, cuando la tierra se vuelve tres veces más productiva, $A(t)$ aumenta en un factor de tres.

Producción III

Importante en el proceso de producción es que tenemos rendimientos marginales decrecientes para el trabajo. Los rendimientos marginales son

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial L(t)} = (1-\alpha)A(t)L(t)^{-\alpha} > 0. \tag{3}$$

Estos rendimientos marginales se hacen más pequeños a medida que aumentamos el trabajo, es decir, la segunda derivada es negativa:

$$\frac{\partial^2 Y(t)}{\partial^2 L(t)} = -\alpha(1-\alpha)A(t)L(t)^{-\alpha-1} < 0. \tag{4}$$

Como resultado, la producción por trabajador, $y(t) = \frac{Y(t)}{L(t)} = A(t)L(t)^{-\alpha}$, está disminuyendo en mano de obra:

$$\frac{\partial y(t)}{\partial L(t)} = -\alpha A(t)L(t)^{-\alpha-1} < 0. \tag{5}$$

Producción e ingreso

Para comprender las decisiones de los hogares, necesitamos conocer sus ingresos. Dada la economía agraria, asumiremos que cada granja pertenece a un hogar. Por lo tanto, el ingreso total del hogar es igual a la producción total del hogar.

Crecimiento de la población

En el corazón de la teoría de Malthus está que lo único que lleva a las personas a tener menos hijos (sobrevivientes) que la tasa de natalidad natural, Z, es un ingreso demasiado bajo. Los bajos ingresos conducen a hambrunas, enfermedades y guerras, lo que reduce la tasa de crecimiento de la población. En consecuencia, modelamos la tasa de crecimiento de la población como el aumento del ingreso por persona:

$$n(t) = \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} = Z - \frac{1}{y(t)}. \tag{6}$$

Tenga en cuenta que, como $y(t) \to \infty$, el crecimiento de la población se acerca a Z.

Estado estacionario

Comenzamos con el caso en la que la tecnología es fija y $A(t) = A$. Supongamos que existe un estado estacionario donde la producción per cápita es constante, es decir, su tasa de crecimiento es cero. Para obtener la tasa de crecimiento de la producción per cápita, comenzamos con el logaritmo de la producción per cápita, y tomamos la derivada con respecto al tiempo y usamos el hecho de que la derivada de una variable en logaritmos con respecto al tiempo es la tasa de crecimiento de esa variable:

$$y(t) = AL(t)^{-\alpha} \tag{7}$$

$$\ln y(t) = \ln A - \alpha \ln L(t) \tag{8}$$

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = -\alpha \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} = 0 \tag{9}$$

Estado estacionario II

Sustitúyase ahora en la ley del movimiento de la población:

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = -\alpha \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} = 0 \tag{10}$$

$$-\alpha \left(Z - \frac{1}{y^*} \right) = 0 \tag{11}$$

$$y^* = \frac{1}{Z}. \tag{12}$$

El estado estacionario existe. La variable endógena y depende sólo de parámetros exógenos (constantes).

Estado estacionario III

$$y^* = \frac{1}{Z}. \tag{13}$$

- Los países con una tasa de natalidad natural más baja serán más ricos a medida que menos personas trabajen en la cantidad de tierra eficiente disponible.
- ¡La producción por persona no depende del factor fijo A!

Estado estacionario IV

También podemos calcular la cantidad de mano de obra en estado estacionario:

$$y^* = \frac{1}{Z} \tag{14}$$

$$A\left(L^*\right)^{-\alpha} = \frac{1}{Z} \tag{15}$$

$$L^* = (AZ)^{\frac{1}{\alpha}} \tag{16}$$

La población en estado estacionario aumenta en la tasa de natalidad natural y la cantidad de tierra eficiente. Los países con más tierra o con una mejor tecnología para trabajar esa tierra tendrán poblaciones más grandes a largo plazo.

Ideas clave

- Una mejor tecnología a largo plazo aumentará la población.
- El aumento de la población hará que cada trabajador sea menos productivo porque la cantidad de tierra eficiente no puede ser alterada endógenamente.
- Como resultado, una mejor tecnología no aumentará la producción por trabajador a largo plazo.
- Esta idea se conoce comúnmente como una trampa de pobreza: los aumentos de ingreso son solo temporales.

Solución general y convergencia

El estado estacionario es solo un nivel posible de producción por trabajador. Una solución general nos indica el nivel de producción por trabajador, $y(t)$, para un punto de partida inicial, $y(0)$, y el tiempo transcurrido, t. Para analizar esta dinámica, nos remontamos a la dinámica de la producción per cápita a lo largo del tiempo::

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = -\alpha \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} \tag{17}$$

El crecimiento de la producción per cápita es proporcional negativamente a la tasa de crecimiento de la mano de obra. A medida que llegan más trabajadores, la tierra como factor fijo pierde productividad.

Solución general y convergencia II

Ahora sustituye la ley del movimiento por el trabajo para obtener una ecuación diferencial de primer orden en $y(t)$:

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = -\alpha\left[Z - \frac{1}{y(t)}\right] \tag{18}$$

$$\dot{y}(t) = -\alpha Z y(t) + \alpha. \tag{19}$$

Esto es similar a lo que hemos visto antes, pero para la constante α. Para lidiar con él, defina

$$u(t) = \dot{y}(t) = -\alpha Z y(t) + \alpha \tag{20}$$

$$\dot{u}(t) = -\alpha Z \dot{y}(t) \tag{21}$$

$$\Rightarrow \dot{u}(t) = -\alpha Z u(t). \tag{22}$$

Solución general y convergencia III

Como hemos visto, la solución viene dada por

$$u(t) = u(0)\exp(-\alpha Z t) \tag{23}$$

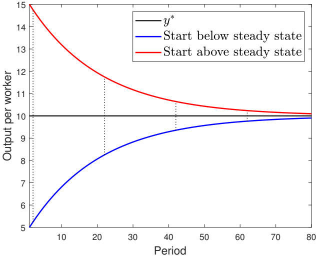
Ahora sustituya la definición de $u(t)$:

$$-\alpha Z y(t) + \alpha = [-\alpha Z y(0) + \alpha]\exp(-\alpha Z t) \tag{24}$$

$$y(t) = \underbrace{\frac{1}{Z}}_{y^*} + \left[y(0) - \frac{1}{Z}\right]\exp(-\alpha Z t). \tag{25}$$

- Cuando la economía comienza en estado estacionario, $y(0) = y^*$, tenemos que $y(t) = y^*$.
- Cuando la economía comienza por encima de su estado estacionario, $y(0) > y^*$, tenemos $y(t) > y^*$.
- Sin embargo, cuando $t \mapsto \infty$ $y(t) \mapsto y^*$.

La forma de la convergencia



$$y(t) - \underbrace{\frac{1}{Z}}_{y^*} = \left[y(0) - \frac{1}{Z} \right] \exp(-\alpha Z t). \tag{26}$$

- $y(t) - y^*$ es un proceso de crecimiento exponencial: converge a una tasa de $-\alpha Z$ hacia cero.
- En palabras: la diferencia absoluta entre $y(t)$ y su estado estacionario desaparece a una tasa constante αZ.

La forma de la convergencia II

Para obtener la tasa de crecimiento de $y(t)$, considere de nuevo su ecuación diferencial:

$$\dot{y}(t) = -\alpha Z y(t) + \alpha \tag{27}$$

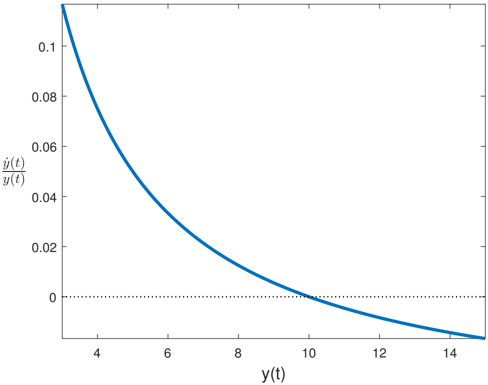
$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = -\alpha Z + \frac{\alpha}{y(t)} \tag{28}$$

La tasa de crecimiento es 0 si $y(t) = \frac{1}{Z} = y^*$. Es una función convexa decreciente en $y(t)$, y

$$y(t) \mapsto 0 \quad \frac{\dot{y}(t)}{y(t)} \mapsto \infty$$

$$y(t) \mapsto \infty \quad \frac{\dot{y}(t)}{y(t)} \mapsto -\alpha Z.$$

La forma de la convergencia III



La tasa de crecimiento (absoluta) es mayor cuanto más se aleja la economía del estado estacionario.

Dinámica del trabajo a lo largo del tiempo

Para obtener la dinámica del trabajo, sustituya $y(t) = AL(t)^{-\alpha}$:

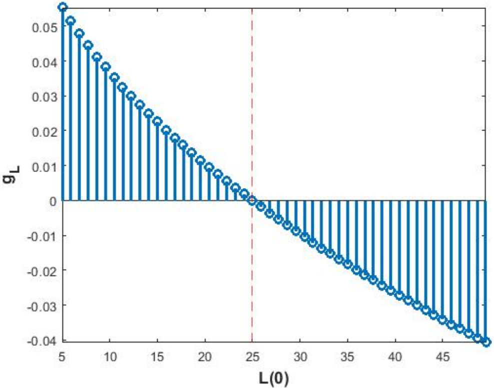
$$y(t) = \frac{1}{Z} - \left[\frac{1}{Z} - y(0)\right] \exp(-\alpha Z t) \tag{29}$$

$$AL(t)^{-\alpha} = \frac{1}{Z} - \left[\frac{1}{Z} - AL(0)^{-\alpha}\right] \exp(-\alpha Z t) \tag{30}$$

$$\frac{1}{L(t)^{\alpha}} = \frac{1}{AZ} + \left[\frac{1}{L(0)^{\alpha}} - \frac{1}{AZ}\right] \exp(-\alpha Z t) \tag{31}$$

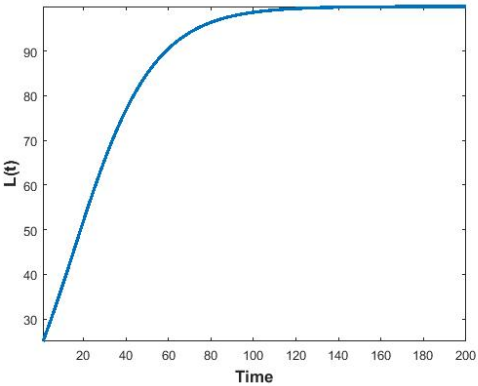
- Con el tiempo, $L(t)^{\alpha}$ converge a su estado estacionario AZ.
- La brecha entre $\frac{1}{L(t)^{\alpha}}$ y su estado estacionario desaparece a una tasa constante αZ.
- La tasa de crecimiento (absoluta) es mayor cuanto más se aleja la economía del estado estacionario.

Dinámica del trabajo a lo largo del tiempo II



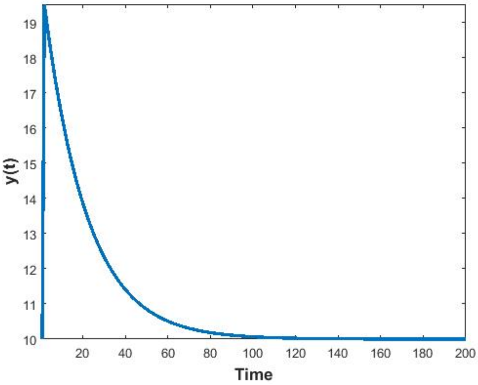
- El crecimiento de la población es mayor cuanto más lejos estamos por debajo del estado estacionario.
- La razón es que cuanto más lejos estamos por debajo del estado estacionario, mayor es el ingreso por persona.

Un aumento único de la productividad



- A medida que aumenta la producción, la economía puede sostener a una población más grande.
- Como se ha visto antes, la convergencia al nuevo estado estacionario tiene lugar de manera cóncava.

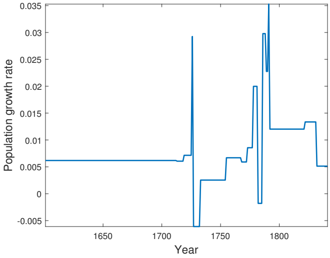
Un aumento único de la productividad II



- Inicialmente, duplicar la productividad duplica la producción per cápita.

- A medida que aumenta la población, la producción per cápita vuelve a su estado estacionario.

La experiencia en Irlanda



Fuente: Connell (1946)

- Antes de mediados del siglo XVIII, crecimiento poblacional muy bajo.
- Crecimiento poblacional rápido a partir de la década de 1780.
- Después de la década de 1790, el crecimiento poblacional vuelve a los bajos niveles anteriores.

Crecimiento continuo de la productividad

Hasta ahora, solo hemos considerado un cambio único en el nivel de productividad. En su lugar, supongamos ahora una tasa de crecimiento exponencial constante:

$$A(t) = A(0)\exp(gt) \Rightarrow \frac{\dot{A}}{A} = g. \tag{32}$$

Por lo tanto, la tasa de crecimiento de la producción por trabajador depende ahora de la tasa de crecimiento de la tecnología y de la tasa de crecimiento del trabajo:

$$y(t) = A(t)L(t)^{-\alpha} \tag{33}$$

$$\ln y(t) = \ln A(t) - \alpha \ln L(t) \tag{34}$$

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} - \alpha\frac{\dot{L}(t)}{L(t)} \tag{35}$$

Crecimiento continuo de la productividad II

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = g - \alpha \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} \tag{36}$$

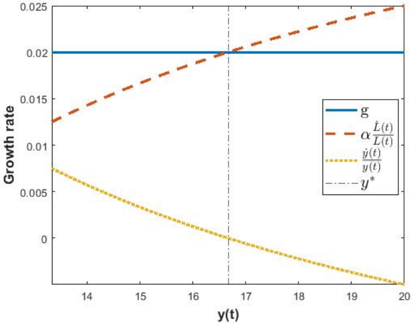
La producción por trabajador crecerá si $g > \alpha \frac{\dot{L}(t)}{L(t)}$. Esto ocurrirá a bajos niveles de producción por trabajador. Viceversa, la producción por trabajador caerá cuando $g < \alpha \frac{\dot{L}(t)}{L(t)}$ que ocurre a altos niveles de producción por trabajador. Finalmente, tenemos un estado estacionario en la producción por trabajador cuando

$$g = \alpha \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} = \alpha \left(Z - \frac{1}{y^*} \right) \tag{37}$$

$$y^* = \frac{\alpha}{\alpha Z - g}. \tag{38}$$

Tenga en cuenta que el estado estable solo existe cuando $g < \alpha Z$.

Crecimiento continuo de la productividad III



Obsérvese que el crecimiento continuo de la productividad no conduce a un crecimiento continuo de la producción per cápita. Todo lo que hace es elevar el nivel de estado estacionario de producción per cápita.

Solución general y convergencia

Podemos resolver de nuevo la ecuación diferencial para obtener una solución para cualquier $y(t)$:

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = g - \alpha \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} \tag{39}$$

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = g - \alpha \left[Z - \frac{1}{y(t)} \right] \tag{40}$$

$$\dot{y}(t) = (-\alpha Z + g) y(t) + \alpha. \tag{41}$$

Definir

$$u(t) = \dot{y}(t) = -(\alpha Z - g) y(t) + \alpha \tag{42}$$

$$\Rightarrow \dot{u}(t) = -(\alpha Z - g) u(t) \tag{43}$$

$$u(t) = u(0) \exp(-(\alpha Z - g) t) \tag{44}$$

Solución general y convergencia II

Sustituyendo $u(t)$:

$$-(\alpha Z - g)y(t) + \alpha = [-(\alpha Z - g)y(0) + \alpha]\exp(-(\alpha Z - g)t) \tag{45}$$

$$y(t) = \underbrace{\frac{\alpha}{\alpha Z - g}}_{y^*} + \left[y(0) - \frac{\alpha}{\alpha Z - g}\right]\exp(-(\alpha Z - g)t). \tag{46}$$

- La producción por trabajador converge a lo largo del tiempo a su nivel de estado estacionario $\frac{\alpha}{\alpha Z - g}$.
- La brecha absoluta entre $y(t)$ y su estado estacionario desaparece a un ritmo constante $\alpha Z - g$.
- Por lo tanto, el progreso tecnológico no solo cambia el estado estacionario, sino que también ralentiza la convergencia al estado estacionario.

Implicaciones políticas

"Sin embargo, en todas las sociedades, incluso en aquellas que son más viciosas, la tendencia a un apego virtuoso (es decir, el matrimonio) es tan fuerte, que hay un esfuerzo constante hacia un aumento de la población. Este esfuerzo constante tiende constantemente a someter a las clases bajas de la sociedad a la angustia y a impedir cualquier gran mejora permanente de su condición.", Malthus (1798)

- Malthus concluyó que el control de la natalidad, el aplazamiento del matrimonio y el celibato para los pobres serían posibles soluciones.

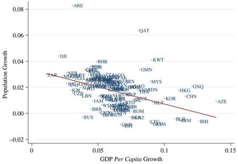
- Los Objetivos de Desarrollo Sostenible de las Naciones Unidas incluyen la planificación familiar.

- En el mundo de Malthus, las transferencias monetarias a los pobres sólo tienen beneficios transitorios sobre su bienestar económico.

Volviendo a nuestras tres grandes preguntas

1. ¿Por qué somos tan ricos y ellos tan pobres?
   - Diferentes tasas de crecimiento de la tecnología.
2. ¿Por qué hay milagros de crecimiento?
   - Los milagros de crecimiento temporal pueden surgir del avance tecnológico y las grandes disminuciones de la población (guerras).
   - De lo contrario, solo hay desastres de crecimiento resultantes del crecimiento de la población.
3. ¿Cuáles son los motores del crecimiento económico a largo plazo?
   - No hay crecimiento económico a largo plazo.

PIB per cápita y crecimiento de la población hoy



Source: Brueckner and Schwandt (2015)

- Hoy, contrariamente al modelo, el alto PIB per cápita se asocia con un bajo crecimiento de la población.
- El modelo explicaría esto por las diferencias entre países en Z, lo cual es inverosímil.
- Aún más importante, el PIB per cápita está creciendo con el tiempo dentro de los países, y las diferencias entre países en el PIB per cápita son persistentes.

¿Qué es diferente hoy en día?

Para romper la lógica del modelo de Malthus, necesitamos romper al menos uno de sus dos supuestos clave:

1. La población crece con el ingreso por persona a medida que los ingresos más altos nos permiten acercarnos a la tasa de natalidad natural:
   - Los métodos anticonceptivos nos permiten hoy elegir cualquier tasa de natalidad que deseemos. En todas las economías desarrolladas, se encuentra muy por debajo de la tasa de natalidad natural.

2. Los factores de producción distintos del trabajo no pueden ser alterados endógenamente:
   - Hoy en día, los fertilizantes y las nuevas construcciones hacen que la tierra sea menos finita. Además, gran parte de nuestra producción actual requiere otras formas de capital que pueden alterarse cuando aumenta la población.

Referencias

Brueckner, M. and H. Schwandt (2015): "Income and population growth," *The Economic Journal*, 125, 1653–1676.

Connell, K. H. (1946): "The population of Ireland in the Eighteenth Century," *The Economic History Review*, 16, 111–124.

Malthus, T. R. (1798): *An essay on the principle of population*, J. Johnson.